

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU

8103

MATURITA 2013

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku s maximálne dvojriadkovým displejom a prehľad vzťahov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať kalkulačku s funkciami Graph, Graphic, Calc, Solve, programovateľnú kalkulačku, kalkulačku s grafickým displejom, zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

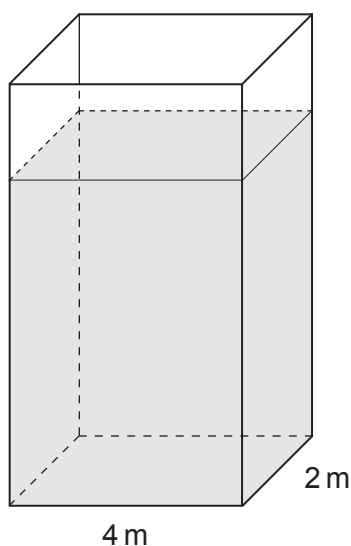
Časť I

Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

- 01** Päťnásobok neznámeho čísla zmenšený o 21 je práve toľko, koľko je dvojnásobok neznámeho čísla zväčšený o 15. Nájdite neznáme číslo.

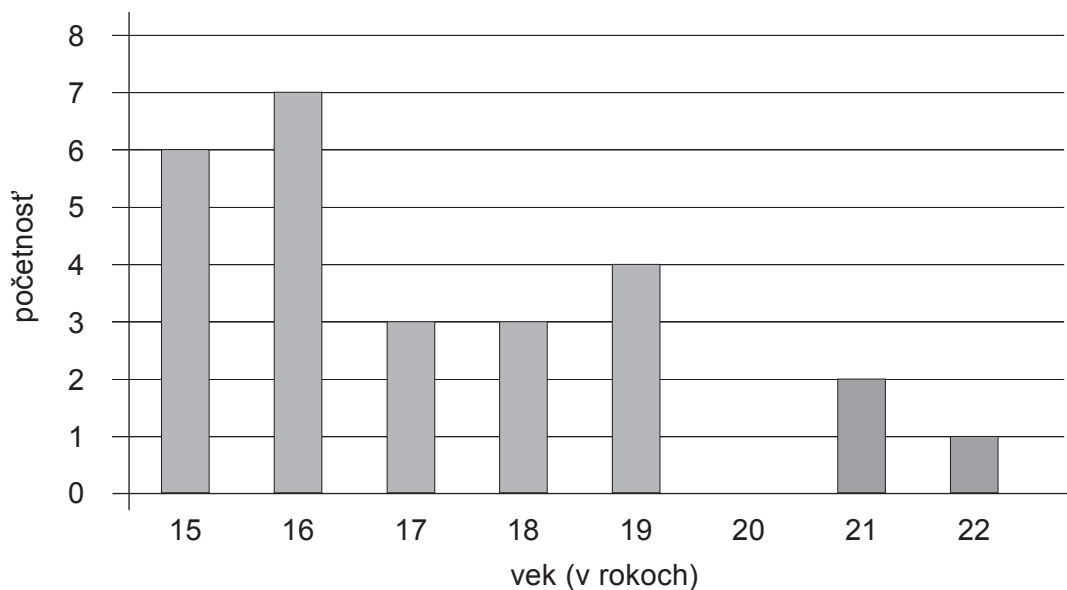
- 02** Nádrž tvaru kvádra má vnútorné rozmery vodorovného dna uvedené na obrázku. Hladina vody v nádrži siaha do výšky 980 cm. Koľko metrov kubických vody je v nádrži?



- 03** Populácia mravcov vzrastie za jeden týždeň o 5%. Vypočítajte, o koľko percent vzrastie populácia mravcov takýmto tempom rastu za osem týždňov.

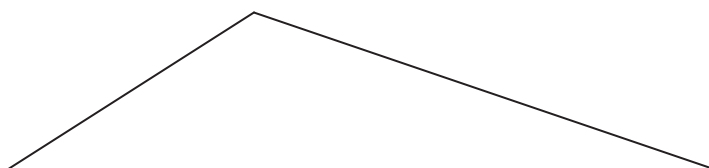
- 04** Vypočítajte polomer kružnice k určenej rovnicou $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$.

05 Na obrázku je znázornené vekové zloženie členov turistického krúžku.



Zistite v rokoch medián veku členov turistického krúžku.

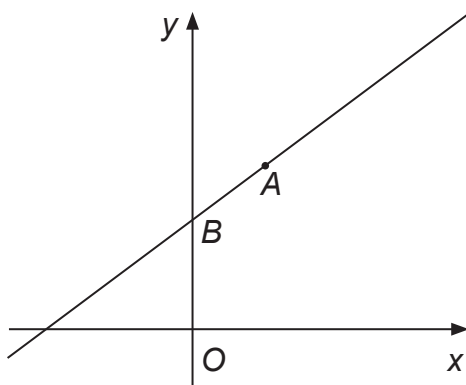
06 Dĺžky strán trojuholníka sú 3 cm, 4 cm a 6 cm. Určte v stupňoch veľkosť tupého vnútorného uhla trojuholníka.



07 Presná hodnota čísla $17!$ je 355 687 428 096 000. Hodnota čísla $17!$ zobrazená po výpočte na kalkulačke je $3,556874281 \cdot 10^{14}$. Vypočítajte rozdiel hodnoty čísla $17!$ zobrazenej na kalkulačke a presnej hodnoty čísla $17!$.

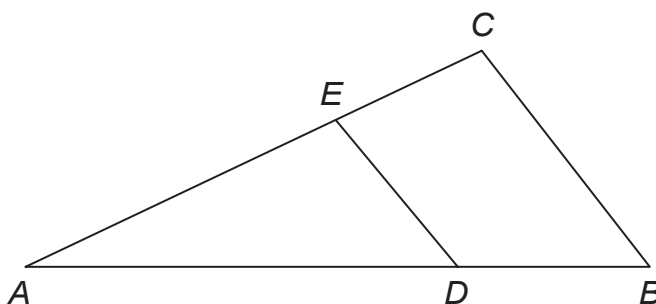
08 V triede je 30 žiakov. Piaty žiaci triedy mali na koncoročnom vysvedčení z matematiky trojku, ostatní žiaci triedy jednotku alebo dvojku. Priemer známok z matematiky všetkých žiakov triedy na koncoročnom vysvedčení bol 1,9. Zistite, koľko žiakov triedy malo na koncoročnom vysvedčení jednotku z matematiky.

- 09** Graf lineárnej funkcie má smernicu 2, prechádza bodom $A [2; 8]$ a súradnicovú os y pretína v bode B (pozrite obrázok). Určte vzdialenosť bodu B od začiatku súradnicovej sústavy $O [0; 0]$.



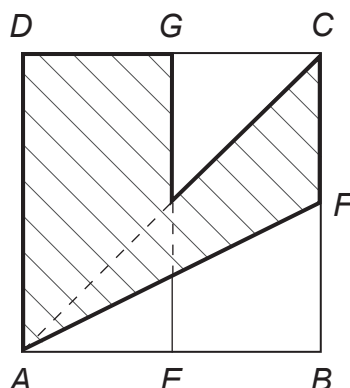
- 10** Vypočítajte koreň rovnice $\log x + \log(x+3) = 1$.

- 11** Trojuholník ABC a trojuholník ADE sú podobné (pozrite obrázok). Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah trojuholníka ABC , ak dĺžka strany DE je 12 cm, dĺžka strany BC je 16 cm a obsah trojuholníka ADE je 27 cm^2 .



- 12** Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka sú tri za sebou nasledujúce členy aritmetickej postupnosti. Dlhšia odvesna má dĺžku 24 cm. Vypočítajte v centimetroch dĺžku prepony trojuholníka.

- 13 Dĺžka strany štvorca $ABCD$ je 5 cm. Body E , F a G sú stredy strán štvorca (pozrite obrázok). Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah vyšrafovej časti štvorca $ABCD$.



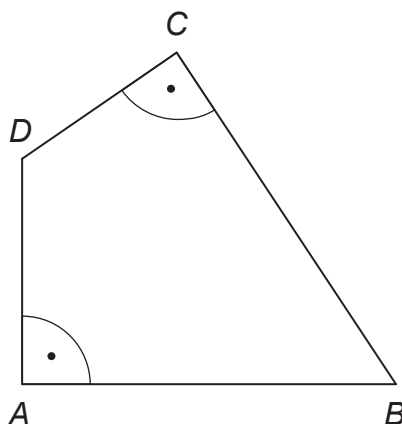
- 14 Určte najmenšie celé číslo x , ktoré je riešením nerovnice $\sqrt{17 - 15x - 2x^2} > 0$.

- 15 V tabuľke je harmonogram sobotňajších tenisových tréningov mladších žiakov počas zimnej halovej sezóny. Pred začiatkom letnej sezóny sa pripravuje nový harmonogram tréningov. Tomáš Kučera bude môcť trénovať len predpoludním, sestry Kováčové budú musieť trénovať v ľubovoľnom poradí za sebou. Ostatným žiakom vyhovujú všetky termíny. Koľko rôznych harmonogramov tenisových tréningov za uvedených podmienok je možné vytvoriť pre týchto osem žiakov?

Zimná sezóna	
čas	sobota
9:00 – 9:55	<i>Jana Abrahámová</i>
10:00 – 10:55	<i>Tomáš Kučera</i>
11:00 – 11:55	<i>Beata Hrubá</i>
12:00 – 12:55	<i>Dana Ihringová</i>
13:00 – 13:55	<i>Ingrid Hájková</i>
14:00 – 14:55	<i>Katarína Kováčová</i>
15:00 – 15:55	<i>Zuzana Kováčová</i>
16:00 – 16:55	<i>Peter Valent</i>

Letná sezóna	
čas	sobota
9:00 – 9:55	
10:00 – 10:55	
11:00 – 11:55	
12:00 – 12:55	
13:00 – 13:55	
14:00 – 14:55	
15:00 – 15:55	
16:00 – 16:55	

- 16** Vo štvoruholníku $ABCD$ s dĺžkami strán $|AB| = 9$, $|BC| = 11$ a $|CD| = 3$ sú vnútorné uhly pri vrchoch A a C pravé (pozrite obrázok). Určte dĺžku strany AD štvoruholníka $ABCD$.



- 17** Ťažisko rovnostranného trojuholníka ABC leží v začiatku súradnicovej sústavy $O[0;0]$ a vrchol C má súradnice $[0;4]$. Vypočítajte súčet súradníc všetkých vrcholov trojuholníka ABC .

- 18** Vandal vytrhol z knihy jeden list, na ktorom boli dve očíslované strany. Súčet čísel zvyšných strán knihy bol 7 495. Zistite, koľko očíslovaných strán mala pôvodne kniha, ak číslovanie strán knihy začalo číslom 1.

- 19** Obsah plášte kužeľa je 4 cm^2 , obsah podstavy kužeľa je 2 cm^2 . Určte v stupňoch uhol (odchýlku) strany kužeľa a roviny podstavy kužeľa.
(Strana kužeľa je úsečka spájajúca vrchol kužeľa s ľubovoľným bodom kružnice podstavy. Všetky strany kužeľa tvoria plášť kužeľa.)

- 20** Určte najmenšie prirodzené číslo, ktorého súčin cifier je 240.

Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**.
Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Určte počet koreňov rovnice $\sin x = \frac{1}{2}$ patriacich do intervalu $(-570^\circ; 570^\circ)$.

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

22 Obvod a obsah kruhu sú vyjadrené rovnakým číslom x cm a x cm². Určte v centimetroch priemer kruhu.

- (A) 4
- (B) 2
- (C) 1
- (D) π
- (E) 4π

23 Simona má dva žreby, každý z inej lotérie. V prvej lotérii je 150 000 žrebov a z nich vyhráva 50 000, v druhej lotérii je 500 000 žrebov a z nich vyhráva 200 000 žrebov. Aká veľká je pravdepodobnosť, že vyhrá aspoň jeden Simonin žreb?

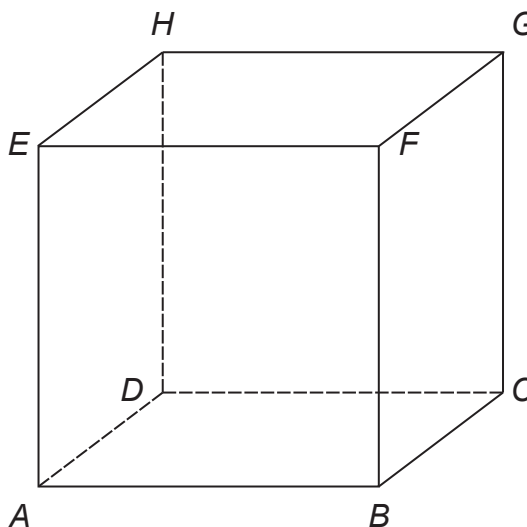
- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{2}{5}$
- (C) $\frac{3}{5}$
- (D) $\frac{2}{3}$
- (E) $\frac{11}{15}$

24 Určte súradnice bodov, v ktorých sa pretínajú grafy funkcií $f(x) = x^2 + 2x - 14$ a $g(x) = x - 2$. Najväčšia zo súradníc priesečníkov grafov funkcií je

- (A) 2.
- (B) 3.
- (C) 4.
- (D) 5.
- (E) 6.

25 Dĺžka hrany kocky $ABCDEFGH$ je 4 cm. Vypočítajte povrch ihlana $ABCDH$.

- (A) $\frac{64}{3}$ cm²
- (B) $32 + 16\sqrt{2}$ cm²
- (C) $32 + 16\sqrt{3}$ cm²
- (D) 96 cm²
- (E) 32 cm²



26 Ak výrok $B \wedge C$ je pravdivý a výrok $B \Rightarrow A$ je nepravdivý, potom pre pravdivostnú hodnotu výrokov A, B, C platí:

- (A) výrok A je pravdivý, výrok B je pravdivý, výrok C je pravdivý
- (B) výrok A je pravdivý, výrok B je pravdivý, výrok C je nepravdivý
- (C) výrok A je nepravdivý, výrok B je pravdivý, výrok C je pravdivý
- (D) výrok A je pravdivý, výrok B je nepravdivý, výrok C je pravdivý
- (E) výrok A je nepravdivý, výrok B je nepravdivý, výrok C je pravdivý

27 Dané sú funkcie f_1 až f_6 :

$$f_1: y = -\frac{4}{3}x$$

$$f_4: y = x^3 - 5$$

$$f_2: y = x^2 - x + 2$$

$$f_5: y = \log_2 x$$

$$f_3: y = \frac{x}{x+1}$$

$$f_6: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Vyberte možnosť, v ktorej sú z daných funkcií f_1 až f_6 uvedené len všetky funkcie rastúce na celom svojom definičnom obore.

(A) f_1, f_6

(B) f_2, f_4, f_5

(C) f_2, f_3, f_4

(D) f_3, f_4, f_5

(E) f_4, f_5

28 Šperk je vyrobený tak, že pravidelný osemsten zo zlata je zaliaty do kocky zo skla (pozrite obrázok). Určte pomer objemu skla a objemu zlata v šperku.

(Pravidelný osemsten je teleso, ktoré vznikne zjednotením dvoch zhodných pravidelných ihlanov so spoločnou štvorcovou podstavou. Steny ihlanov sú rovnostranné trojuholníky.)

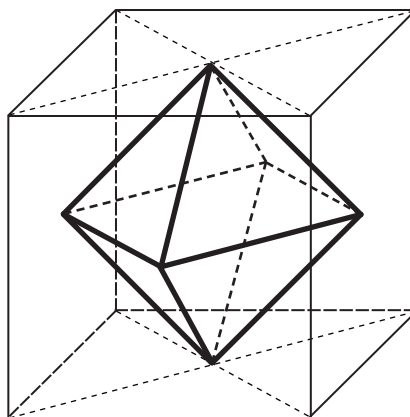
(A) 3:1

(B) 4:1

(C) 5:1

(D) 6:1

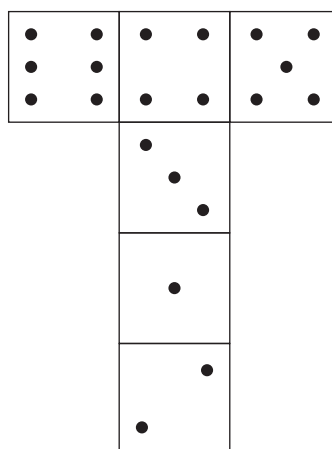
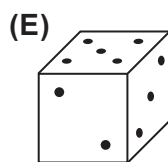
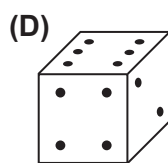
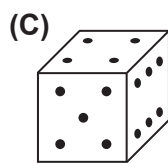
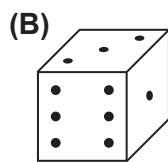
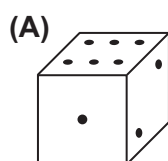
(E) 8:1



29 Určte počet celých čísel, ktoré vyhovujú nerovnici $|x - 4| < 2\pi$.

- (A) 9
- (B) 10
- (C) 11
- (D) 12
- (E) 13

30 Ktorá kocka mohla byť zložená z nasledujúcej siete?



KONIEC TESTU

PREHLAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika:

$$P(n) = n! \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{p_i}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoved'ového hárka

Odpoved'ové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.
Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou zapíšte **pomocou desatinných čísel**.
- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políček. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „-“ (mínus).
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „-“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoved'ový hárak. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.
- **Správne** zapísaný výsledok - 3,1:
- **Nesprávne** zapísaný výsledok - 3,1:
- Oprava predchádzajúceho zápisu:
- **Výsledok** uvádzajte **buď presný, alebo** – ak je to desatinné číslo s viac ako dvomi desatinnými miestami – **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.
- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypíňajte políčka za desatinnou čiarkou.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,...) nezapisujte do odpoved'ového hárka.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

výsledok $\frac{5}{3}$ (zlomok) zapíšte:

výsledok 1 : 8 (pomer) zapíšte:

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom \times do príslušného políčka.

- **Správne zaznačenie odpovede (A):**

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **Nesprávne zaznačenie odpovede (A):**

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políček a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!