

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY

MATURITA 2010

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

kód testu: **3504**

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU.**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslce výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzťahov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**

Želáme vám veľa úspechov.

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

- Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.
- Výsledok zapisujete do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude s presnosťou na dve desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujete** do odpovedového hárka.
- Ak je váš výsledok celé číslo, **nevypíňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad:

výsledok $-33,1$ zapíšete - ,

výsledok 5 cm zapíšete 5 ,

výsledok $327,19^\circ$ zapíšete 3 2 7 , 1 9

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

1 Číslo 2 010 môžeme napísať ako súčet troch po sebe idúcich prirodzených čísel. Určte aritmetický priemer týchto čísel.

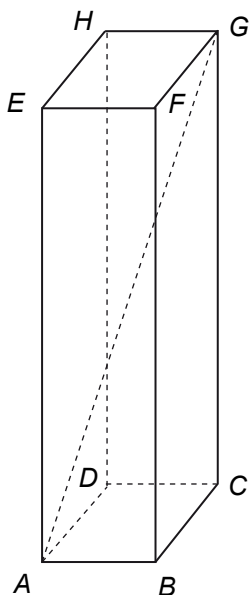
2 Desať futbalových mužstiev hralo na turnaji systémom práve raz každý s každým. Priemerne koľko gólov padlo v jednom zápase, ak počas celého turnaja hráči strelili 135 gólov?

3 Na výlet autobusom išiel párny počet žiakov. Všetci sa zmestili do 30-miestneho autobusu. Koľko žiakov sa zúčastnilo výletu, ak dievčat bolo 10-krát viac ako chlapcov?

4 Určte smernicu priamky, ktorá prechádza bodmi $A[3;0]$ a $B[4;2]$.

5 Spolužiaci Oľga a Peter bývajú na tej istej strane priamej ulice. Na druhej strane ulice domy nie sú. Vľavo od Oľginho domu je 7 domov, vpravo od Oľginho domu je 25 domov tejto ulice. Peter býva v prostrednom dome ulice. Zistite, koľko domov je medzi Oľginým a Petrovým domom.

- 6** Rozmery kvádra sú v pomere 1 : 4 : 8. Jeho telesová uhlopriečka (pozrite obrázok) má dĺžku 18 cm. Vypočítajte v centimetroch dĺžku najdlhšej hrany kvádra.

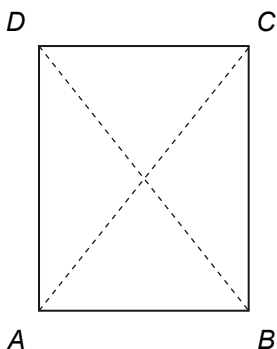


- 7** Určte najmenšie prirodzené číslo p , pre ktoré rovnica $2 \sin x = p$ nemá riešenie.

- 8** Daná je funkcia $f(x) = 2^{x+1}$. Určte, pre ktoré x sa funkčná hodnota funkcie f rovná 64.

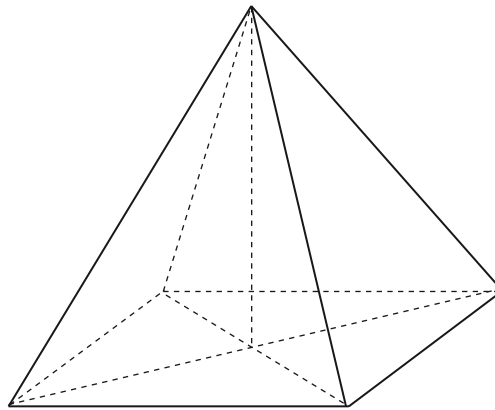
- 9** Medzi čísla 2 a 17 sme vložili dve čísla x a y tak, že spolu s danými číslami tvoria štyri za sebou nasledujúce členy aritmetickej postupnosti. Určte neznáme čísla x a y .
Do odpoveďového hárka zapíšte väčšie z nich.

- 10** V obdĺžniku $ABCD$ je vzdialenosť jeho stredu od priamky AB o 3 cm väčšia ako od priamky BC . Obvod obdĺžnika je 52 cm. Vypočítajte obsah obdĺžnika. Výsledok uveďte v cm^2 .



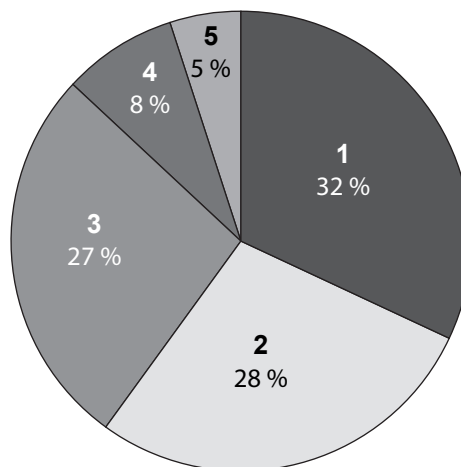
11 Existujú tri prirodzené čísla n ($n \neq 1$), pre ktoré platí: Ak číslom n vydělíme čísla 37 a 47, dostaneme rovnaký zvyšok. Pri každom z hľadaných čísel n môže byť zvyšok iný. Určte súčet týchto troch čísel.

12 Pravidelný štvorboký ihlan (pozrite obrázok) má dĺžku bočnej hrany $c = 5$ cm, jej uhol s rovinou podstavy je 30° . Vypočítajte objem ihlana v cm^3 .



13 Dva páry rovnobežných priamok sú určené rovnicami $y = 2x + 1$, $y = 2x - 5$ a $y = 1$, $y = 3$. Vypočítajte obsah rovnobežníka, ktorý ohraničujú tieto štyri priamky.

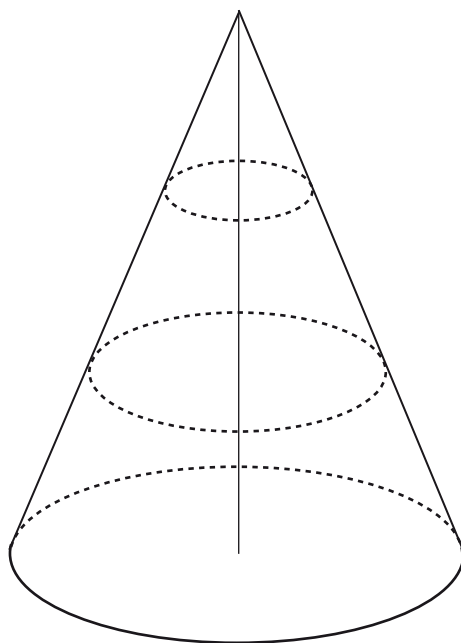
14 Koncoročné hodnotenie žiakov z matematiky je znázornené na nasledujúcom diagrame.



Určte s presnosťou na dve desatinné miesta aritmetický priemer známok znázornených na diagrame.

- 15** Bazén tvaru kvádra s hĺbkou 145 cm a rozmermi dna 6 m a 4 m bolo nutné pri jarnej údržbe vymaľovať. Na maľovanie sa použili 750 ml balenia špeciálnej farby na bazény, ktorej 1 liter stačí na vymaľovanie 12 m² plochy bazéna. Najmenej koľko celých balení farby bolo treba použiť na vymaľovanie celého bazéna trikrát?

- 16** Kužeľ s polomerom podstavy 12 cm a výškou 15 cm rozdelíme rovinami rovnobežnými s podstavou na tri telesá. Roviny rozdelia výšku kužeľa na tri rovnaké časti. Určte pomer objemov najväčšieho a najmenšieho vzniknutého telesa.



- 17** Inverznú funkciu k funkcii $f: y = 2 - \frac{1}{x+3}$ môžeme napísať v tvare $f^{-1}: y = a + \frac{b}{x-2}$, kde $a, b \in \mathbb{R}$. Určte súčet $a + b$.

- 18** Určte kladnú hodnotu koeficientu q , pre ktorú má priamka daná rovnicou $y = 2x + q$ a kružnica určená rovnicou $x^2 + y^2 = 5$ práve jeden spoločný bod.

- 19** Určte prirodzené číslo n tak, aby $\sqrt{2n(2n+1)}$ bola dĺžka prepony pravouhlého trojuholníka, ktorého odvesny majú dĺžky $\sqrt{2n+27}$ a n .

- 20** Daná je kvadratická funkcia $f: y = -3x^2 + 4x + c$ s neznámym koeficientom c . Určte najmenšie celé číslo c , pre ktoré graf funkcie f pretína x -ovú os v dvoch rôznych bodoch.

Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

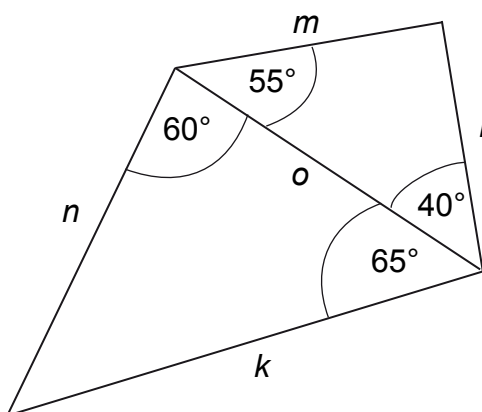
21 Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je daná n -tým členom $a_n = \frac{40n+2}{n+3}$. Určte najväčšie n , pre ktoré $a_n < 39$.

- (A) 112
- (B) 113
- (C) 114
- (D) 115
- (E) 116

22 V trojuholníku ABC sú dané strany $a = 2$ cm, $b = 3$ cm a uhol $\gamma = 60^\circ$. Vypočítajte dĺžku strany c .

- (A) $\sqrt{11}$ cm
- (B) $\sqrt{7}$ cm
- (C) $\sqrt{5}$ cm
- (D) $\sqrt{3}$ cm
- (E) $\sqrt{2}$ cm

23 Rozhodnite, ktorá z úsečiek k , l , m , n , o je podľa údajov znázornených na obrázku najdlhšia.



- (A) úsečka k
- (B) úsečka l
- (C) úsečka m
- (D) úsečka n
- (E) úsečka o

24 Dané sú dva výroky:

Prvý výrok: „Ak je štvoruholník rovnobežník, tak sa jeho uhlopriečky navzájom rozpoľujú.“

Druhý výrok: „Ak sa uhlopriečky štvoruholníka navzájom rozpoľujú, tak štvoruholník je rovnobežník.“

Koľko z nasledovných tvrdení o daných výrokov je pravdivých?

- Prvý výrok je pravdivý.
- Druhý výrok je nepravdivý.
- Druhý výrok je ekvivalencia.
- Druhý výrok je negáciou prvého.

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

(E) 0

25 Otváracie hodiny prvého obchodu sú 9:00 – 12:00 a 13:00 – 16:00, druhého obchodu 8:00 – 14:30 a tretieho obchodu 8:30 – 12:30 a 14:00 – 16:00. Aký dlhý čas sú otvorené všetky tri obchody súčasne?

(A) 180 minút

(B) 210 minút

(C) 330 minút

(D) 450 minút

(E) 480 minút

26 Zistite definičný obor funkcie $f: y = \log_2 \frac{3x-2}{1-x}$.

(A) $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$

(B) $\left(\frac{2}{3}; \infty\right)$

(C) $\left\langle \frac{2}{3}; 1\right)$

(D) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; \infty)$

(E) $(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$

27 Po vystriedaní si na striedačke náhodne sadlo vedľa seba päť hokejistov. Aká je pravdepodobnosť, že dvaja najlepší strelci z tejto päťice budú sedieť vedľa seba?

- (A) 0,8
- (B) 0,4
- (C) 0,2
- (D) 0,1
- (E) 0,05

28 Koľkokrát sa zväčší povrch atmosférického balóna tvaru gule, ak sa jeho objem zväčší 8-násobne?

- (A) 4
- (B) 16
- (C) 32
- (D) 8
- (E) 2

29 Koľko je medzi prirodzenými číslami od 10 do 100 000 všetkých tých, ktoré sú druhou mocninou prirodzeného čísla?

- (A) 316
- (B) 315
- (C) 314
- (D) 313
- (E) 312

30 Určte súčet všetkých celých čísel, ktoré sú koreňmi nerovnice $\sqrt{6-3x} < 4$.

- (A) 6
- (B) 3
- (C) 2
- (D) -6
- (E) -3

KONIEC TESTU

Vyhlasenie o autorstve

Toto dielo a jeho obsah (vrátane grafickej úpravy a usporiadania) je chránené autorským právom podľa zákona č. 618/2003 Z. z. o autorskom práve a právach súvisiacich s autorským právom (autorský zákon) v znení neskorších predpisov.

Nositeľom majetkových práv k autorskému dielu je Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania, ktorý je oprávnený vykonávať tie majetkové práva k dielu, ktoré sú vyhradené.

Na každé použitie tohto diela, najmä na vyhotovenie jeho rozmnoženiny, verejné prezentovanie a rozširovanie originálu diela alebo jeho rozmnoženiny predajom alebo inou formou prevodu vlastníckeho práva a spracovanie diela je potrebný predchádzajúci písomný súhlas NÚCEM-u.

Akékoľvek použitie diela bez súhlasu NÚCEM-u môže mať za následok postihnutie občiansko-právnou alebo trestnoprávnou cestou, vznik zodpovednosti za škodu spôsobenú nositeľovi majetkových práv alebo autorovi v zmysle ustanovení Občianskeho zákonníka a Trestného zákona, prípadne uplatnenie iných práv NÚCEM-u vyplývajúcich mu z autorského zákona a iných právnych predpisov.

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika:

$P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ $V'(k, n) = n^k$ $C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:


	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{p_i}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$






Pokyny na vyplňovanie odpoved'ového hárka











Odpoved'ové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať.
Aby skener vedel prečítať vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:






- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuče perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vyplňujte veľkými tlačenými písmenami alebo číslicami podľa nižšie uvedeného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať políčka určené na vpisovanie.






A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9










- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom .
- **Správne zaznačenie odpovede (A)**










A	B	C	D	E
				
- **Nesprávne zaznačenie odpovede (B)**










A	B	C	D	E
				
A	B	C	D	E
				
- V prípade chybného vyplnenia údajov alebo odpovedí postupujte podľa nasledujúcich pokynov. V žiadnom prípade nepožadujte nový odpoved'ový hárak.
- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik.

A	B	C	D	E
				
- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.










A	B	C	D	E
				
- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa vyššie uvedeného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „-“.
- **Správne zapísaný výsledok -3,1**

					-				
				3	,	1			
- **Nesprávne zapísaný výsledok -3,1**

					-				
						3	,		1
- **Oprava predchádzajúceho zápisu -3,1**

					-				
			3						1

alebo

					-				
			3			1			

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!