



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY

STROMOVÁ 1, 813 30 BRATISLAVA

MATURITA 2008
EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

úroveň **B**

kód testu: **8940**

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje 30 úloh.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať 120 minút.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

- Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.
- Výsledok zapisujete do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude s presnosťou na dve desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujete** do odpovedového hárka.
- Ak je Váš výsledok celé číslo, **nevyplňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad:

výsledok $-33,1$ zapíšete - ,

výsledok 5 cm zapíšete

výsledok $327,19^\circ$ zapíšete

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

1 Osem metrov dlhý rebrík je opretý v telocvični o stenu, s ktorou zvierá uhol 11° . Zistíte, do akej výšky steny rebrík dosiahne. Svoju odpoveď uveďte v metroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

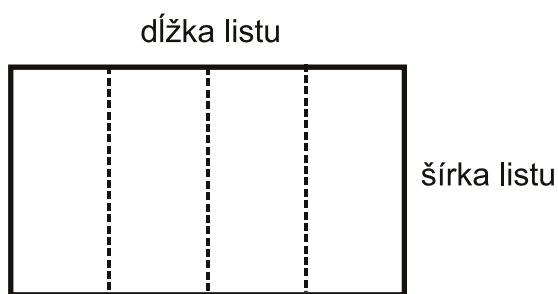
2 Číslo $\frac{7}{2\sqrt{5}}$ sa dá upraviť na tvar $a\sqrt{5}$, kde a je racionálne číslo. Nájdite číslo a .

3 Sobotného divadelného predstavenia, ktoré je určené pre rodičov s deťmi, sa zúčastnil istý počet dospelých a o dve tretiny viac detí. Lístok pre dospelých stál 400 Sk. Za deti vybrali na vstupnom o 25 % korún viac ako za dospelých. O koľko korún stál lístok pre dieťa menej ako lístok pre dospelého?

4 Výraz $V(x) = \frac{-7}{6(x+1)} + \frac{1-x}{3(x+1)^2}$ môžeme vyjadriť pre hodnoty $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ v tvare

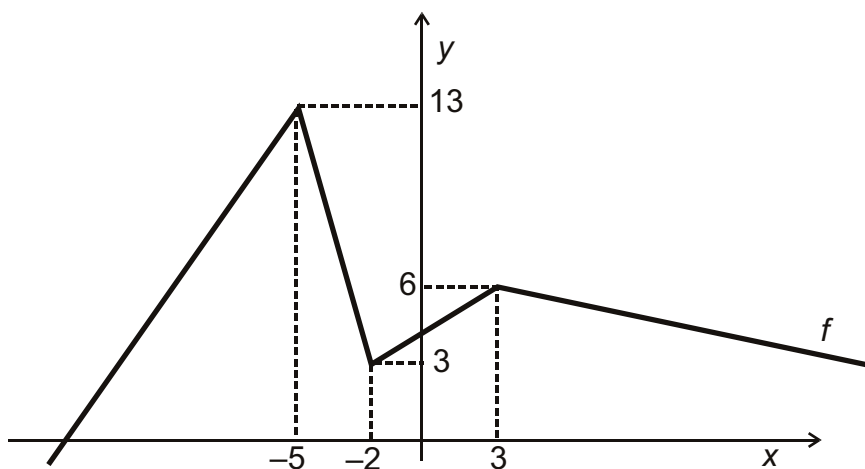
$$V(x) = \frac{ax+b}{6(x+1)^2}. \text{ Určte hodnotu } a+b.$$

- 5** Aký musí byť pomer šírky k dĺžke obdĺžnikového listu papiera, aby sme po jeho preložení na štvrtiny dostali štyri rovnaké obdĺžniky podobné s pôvodným obdĺžnikom?



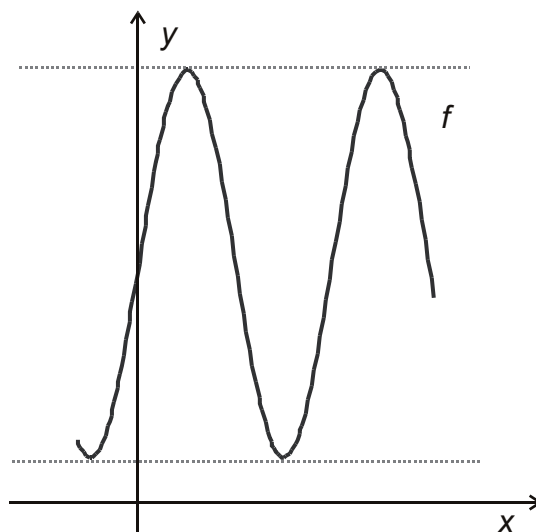
- 6** Nájdite koreň rovnice $2^{x+3} = 3$. Výsledok zapíšte s presnosťou na dve desatinné miesta.

- 7** Na obrázku je graf funkcie f . Pre funkciu g platí $g(x) = 4 \cdot f(x)$. Určte maximálnu hodnotu funkcie g .



- 8** Najmenší spoločný násobok neznámeho prirodzeného čísla a čísla 24 je 72. Zistite toto prirodzené číslo, ak viete, že je väčšie ako 20 a menšie ako 60.

- 9** Na obrázku je načrtnutý graf funkcie $f: y = a \cdot \sin(2x) + b$. Jej obor hodnôt je interval $\langle 1; 7 \rangle$. Vypočítajte hodnotu čísla b .

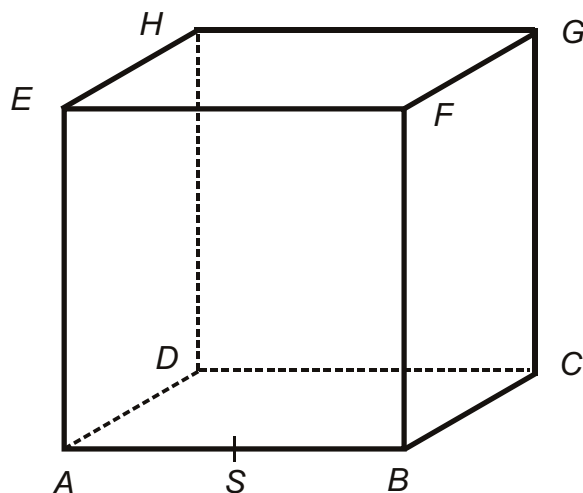


10 Rovnica $(x+3)^2 = 5x+21$ má dva korene. Vypočítajte hodnotu menšieho z nich.

11 Daná je kocka $ABCDEFGH$, $|AB| = 2 \text{ dm}$.

Bod S je stred hrany AB .

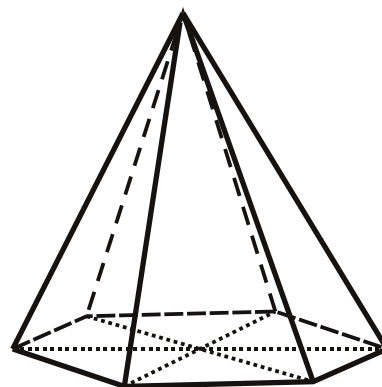
Vypočítajte vzdialenosť bodu S od priamky DH . Výsledok uveďte v decimetroch, s presnosťou na dve desatinné miesta.



12 Tri spolužiačky Alena, Barbora a Cecília si mali rozdeliť istú sumu peňazí. Alena dostala A Sk, Barbora B Sk a Cecília C Sk. Pri rozdelení platilo $A:B=9:7$ a $B:C = 6:13$. Alena a Cecília spolu dostali 1 450 Sk. Koľko korún dostala Barbora?

13 Bod $A[-3; y]$ leží na priamke $3x - y - 7 = 0$. Určte y -ovú súradnicu bodu A .

14 Určte obsah plášťa pravidelného šesťbokého ihlana, ak je dĺžka hrany jeho základne 10 cm a dĺžka jeho bočnej hrany 13 cm. Výsledok uveďte v cm^2 .



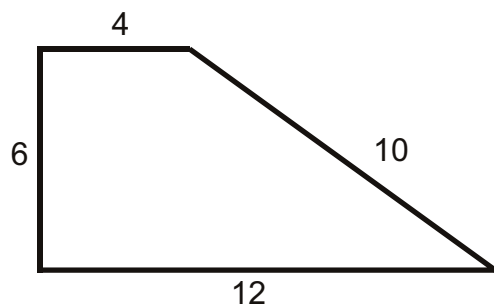
15 Pre jednu hodnotu parametra p nemá daná rovnica riešenie. Nájdite túto hodnotu p .

$$p(x-1) = 5(x+3)$$

16 Graf funkcie $f: y = -\frac{4}{3}x + 8$ pretína súradnicové osi v bodoch A, B . Určte vzdialenosť stredu úsečky AB od začiatku súradnicovej sústavy.

17 Objem daného valca je 5-krát väčší ako objem daného kužeľa, pričom obe telesá majú rovnakú plochu podstáv. Určte pomer výšky kužeľa a výšky valca.

- 18** Na obrázku je načrtnutý pravouhlý lichobežník. Vypočítajte v stupňoch súčet jeho najmenšieho a najväčšieho vnútorného uhla.



- 19** V geometrickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je štvrtý člen $a_4 = 54$ a kvocient $q = \frac{1}{3}$. Vypočítajte súčet prvých troch členov tejto postupnosti.

- 20** Aký najmenší obvod môže mať trojuholník s celočíselnými stranami a , b , c , pre ktoré platí nerovnosť $a < b < c$, pričom vieme, že strana $b = 20$ cm?

Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď označte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Koľko trojciferných čísel s rôznymi ciframi deliteľných piatimi môžeme vytvoriť z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- (A) 36 (B) 25 (C) 20 (D) 24 (E) 30

22 Posunutím grafu funkcie $f: y = 2(x-2)^2 + 2$ v kladnom smere osi y o 3 sme dostali graf funkcie $g: y = ax^2 + bx + c$. Určte hodnotu c .

- (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 13 (E) 22

23 Definičný obor funkcie $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+5}}$ je

- (A) $D(f) = \mathbb{R} - \{-5\}$. (B) $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$.
 (C) $D(f) = (-\infty; -5) \cup \langle 1; \infty \rangle$. (D) $D(f) = (-\infty; -5)$.
 (E) $D(f) = (-5; 1)$.

24 Diagram ukazuje počet návštevníkov výstavy fotografií za jeden týždeň. Určte, v koľkých dňoch v týždni bola návštevnosť menšia ako priemerná návštevnosť za tento týždeň.



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

25 Ktorá z nasledujúcich priamok je kolmá na priamku $2x + y + 1 = 0$ a prechádza bodom $A[4;0]$.

- (A) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ (B) $y = \frac{1}{2}x - 2$
 (C) $y = -2x + 8$ (D) $y = 2x - 8$
 (E) $y = \frac{1}{2}x + 2$

26 Výroky A , B sú pravdivé, výrok C je nepravdivý. Koľko z nasledujúcich piatich výrokov je pravdivých: $(A \wedge B') \Rightarrow C$, $(B \wedge C') \Rightarrow A$, $(C \wedge A') \Rightarrow B$, $(A \wedge B) \Rightarrow C'$, $(A \wedge C) \Rightarrow B'$?

- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

27 Firma si kúpila nové auto za 350 000 Sk. Pri používaní sa cena auta každoročne znižuje o 20 % z jeho ceny v predchádzajúcom roku. Aká bude cena auta po piatom roku?

Výsledok zaokrúhlite na celé číslo.

- (A) 0 Sk (B) 70 000 Sk
 (C) 91 750 Sk (D) 114 688 Sk
 (E) 143 360 Sk

28 Vypočítajte vzdialenosť bodu $A[0;1]$ od priamky $3x - 4y + 2 = 0$.

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) 1

29 Prepona pravouhlého trojuholníka má dĺžku 17 cm. Jedna jeho odvesna je o 7 cm kratšia ako druhá odvesna. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto pravouhlého trojuholníka.

- (A) 40 (B) 46 (C) 50 (D) 42 (E) 36

30 V klobúku máme 10 bielych a 6 čiernych loptičiek. Náhodne z nich vyberieme dve loptičky. Aká je pravdepodobnosť, že budú rôznej farby?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{3}{5}$

KONIEC TESTU

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n + k - 1}{k}$$

Geometrický priemer: $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n}$

Harmonický priemer: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in \mathbb{R}$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$