



**MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY**

STROMOVÁ 1, 813 30 BRATISLAVA

**MATURITA 2008  
EXTERNÁ ČASŤ**

**MATEMATIKA**

úroveň **A**

kód testu: **8912**

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!  
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje 30 úloh.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať 120 minút.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

**Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!**

**Časť I**

- Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.
- Výsledok zapisujete do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude s presnosťou na dve desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapíšte** do odpovedového hárka.
- Ak je Váš výsledok celé číslo, **nevypĺňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

*Napríklad:*

výsledok  $-33,1$     zapíšte       -    ,

výsledok  $5 \text{ cm}$     zapíšte   

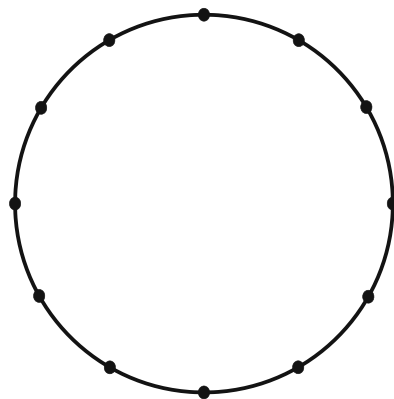
výsledok  $327,19^\circ$     zapíšte           ,

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

**1** Číslo  $\frac{7}{2\sqrt{5}}$  sa dá upraviť na tvar  $a\sqrt{5}$ , kde  $a$  je racionálne číslo. Nájdite číslo  $a$ .

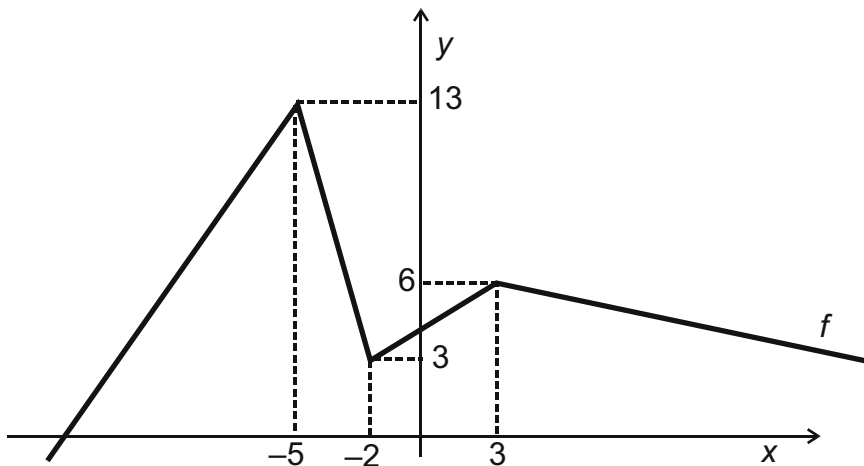
**2** Koľkými spôsobmi môžeme rozdeliť medzi Janu a Vieru 40 dvojkorunových mincí tak, aby každá z nich dostala aspoň 20 korún?

**3** Vypočítajte veľkosť menšieho z uhlov, ktorý určujú priamky  $A_1A_4$  a  $A_2A_{10}$  v pravidelnom dvanásťuholníku  $A_1A_2A_3 \dots A_{12}$ .  
Výsledok uveďte v stupňoch.



**4** Určte počet všetkých sedemciferných prirodzených čísel, ktorých prvé štyri číslice sú nepárne a ďalšie tri číslice sú párne.

- 5** Na obrázku je graf funkcie  $f$ . Pre funkciu  $g$  platí  $g(x) = 4 \cdot f(x)$ . Určte maximálnu hodnotu funkcie  $g$ .

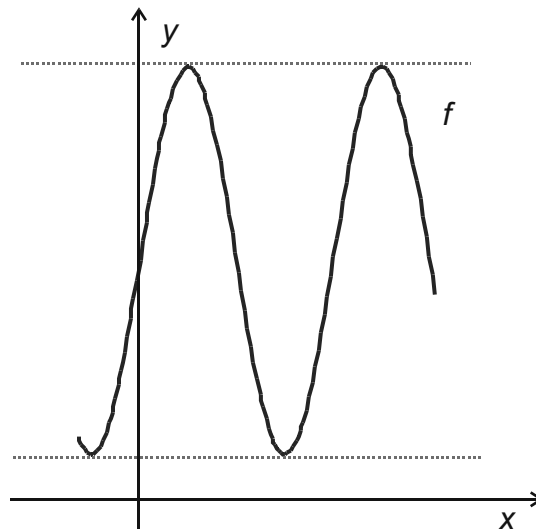


- 6** Biológ meral teplotu vody Popradského plesa. Namerané hodnoty zapisoval do tabuľky.

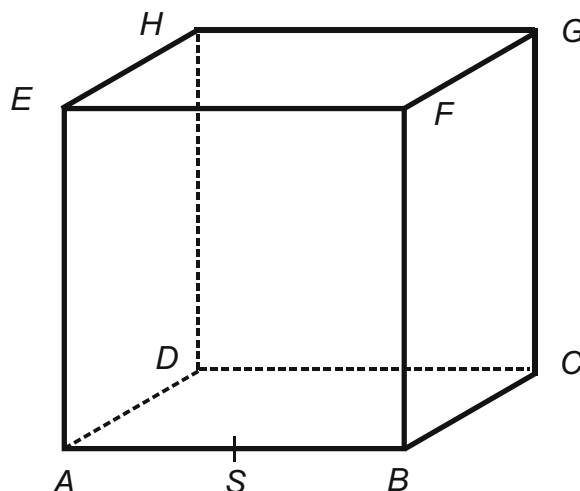
|     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 4,9 | 5,8 | 5,2 | 6,6 | 7,3 | 6,2 | 4,8 | 4,4 | 5,2 |  |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|

Zistil, že zabudol zapísať desiatu hodnotu. Akú hodnotu malo chýbajúce desiate meranie, ak vieme, že medián celého súboru desiatich meraní bol 5,35?

- 7** Na obrázku je načrtnutý graf funkcie  $f: y = a \cdot \sin(2x) + b$ . Jej obor hodnôt je interval  $\langle 1; 7 \rangle$ . Vypočítajte hodnotu čísla  $b$ .



- 8** Daná je kocka  $ABCDEFGH$ ,  $|AB| = 2 \text{ dm}$ .  
 Bod  $S$  je stred hrany  $AB$ .  
 Vypočítajte uhol priamok  $SG$  a  $BG$ . Výsledok  
 uveďte v stupňoch s presnosťou  
 na dve desatinné miesta.



- 9** Riešte rovnicu  $|x+3| + |5-x| = 24$  v množine celých záporných čísel.

- 10** Tri spolužiačky Alena, Barbora a Cecília si mali rozdeliť istú sumu peňazí. Alena dostala  $A$  Sk, Barbora  $B$  Sk a Cecília  $C$  Sk. Pri rozdelení platilo  $A:B=9:7$  a  $B:C = 6:13$ . Alena a Cecília spolu dostali 1 450 Sk. Koľko korún dostala Barbora?

- 11** Množina  $B - A$  má dvakrát menej prvkov ako množina  $A - B$  a štyrikrát menej prvkov ako množina  $A \cap B$ . Koľkokrát viacej prvkov má množina  $A$  ako množina  $B$ ?

- 12** Aký musí byť pomer šírky k dĺžke  
 obdĺžnikového listu papiera, aby sme po jeho  
 preložení na štvrtiny dostali štyri rovnaké  
 obdĺžniky podobné s pôvodným obdĺžnikom?



- 13** Nádoba tvaru polgule s vnútorným polomerom 12 cm je plná vody. Celý obsah tejto nádoby prelejeme do nádoby v tvare valca s vnútorným polomerom 24 cm. Určte v centimetroch, do akej výšky bude siahť voda v nádobe tvaru valca.

- 14** Koľkými spôsobmi môžeme v čísle 51 748 592 541 942 škrtnúť dve číslice tak, aby vzniklo 12-ciferné číslo deliteľné dvanástimi?

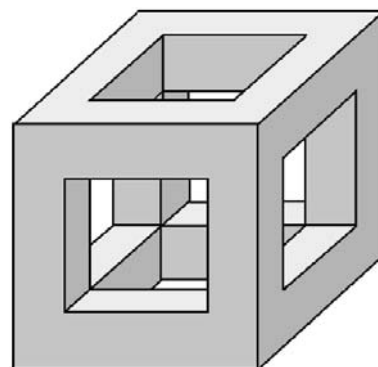
- 15** Prvý člen geometrickej postupnosti je  $a_1 = -\frac{1}{2}$ . Jej štvrtý člen je  $a_4 = 32$ . Vypočítajte piaty člen  $a_5$  tejto geometrickej postupnosti.

**16** Aký najmenší obvod môže mať trojuholník s celočíselnými stranami  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , pre ktoré platí nerovnosť  $a < b < c$ , pričom vieme, že strana  $b = 20$  cm?

**17** Bod  $A$  je priesečník troch rovín  $\alpha: 3x + y + z = -12$ ,  $\beta: 7x - y - z = 2$  a  $\gamma: z = 0$ . Nájdite súradnice bodu  $A$ . Do odpovedového hárku napíšte súčet súradníc bodu  $A$ .

**18** Určte počet dvojciferných kladných čísel  $n$ , pre ktoré platí nasledujúca vlastnosť:  
Ak  $n$  je deliteľné 2, tak  $n$  je deliteľné 3.  
(Ide o implikáciu. Treba si uvedomiť, kedy je implikácia pravdivá.)

**19** Teleso na obrázku je vyrobené z kocky o hrane 4 decimetre.  
V strede každej steny je do vnútra kocky vyrezaný štvorcový otvor  $2 \text{ dm} \times 2 \text{ dm}$ . Vypočítajte koľko  $\text{dm}^2$  tapety potrebujeme na oblepenie všetkých stien tohto telesa zvnútra i zvonka.



**20** Nech  $f(x) = 128 - 2x^3$ . Pre čísla  $a$ ,  $b$  platí  $f(b) = 0$  a zároveň  $f(a) = b$ . Nájdite číslo  $a$ .  
Výsledok zapíšte s presnosťou na dve desatinné miesta.

**Časť II**

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

**21** Vypočítajte vzdialenosť bodu  $A[0;1]$  od priamky  $3x - 4y + 2 = 0$ .

- (A)  $\frac{1}{5}$       (B)  $\frac{2}{5}$       (C)  $\frac{3}{5}$       (D)  $\frac{4}{5}$       (E) 1

**22** Určte obor hodnôt funkcie  $f(x) = -2 \cdot (x + 7)^2 + 5$ , definovanej na intervale  $\langle -12; 0 \rangle$ .

- (A)  $H(f) = \langle -93; -45 \rangle$       (B)  $H(f) = \langle -93; 5 \rangle$   
 (C)  $H(f) = (-93; -45)$       (D)  $H(f) = (-93; 5)$   
 (E)  $H(f) = \langle -45; 5 \rangle$

**23** Diagram ukazuje počet návštevníkov výstavy fotografií za jeden týždeň. Určte, v koľkých dňoch v týždni bola návštevnosť menšia ako priemerná návštevnosť za tento týždeň.



- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

**24** Množina všetkých riešení nerovnice  $\log(x+1) > \log(5-x)$  je interval  $K$ . Nájdite tento interval  $K$ .

- (A)  $K = (2; 5)$       (B)  $K = (-1; 5)$       (C)  $K = (2; \infty)$       (D)  $K = (-1; 2)$       (E)  $K = (-\infty; 2)$

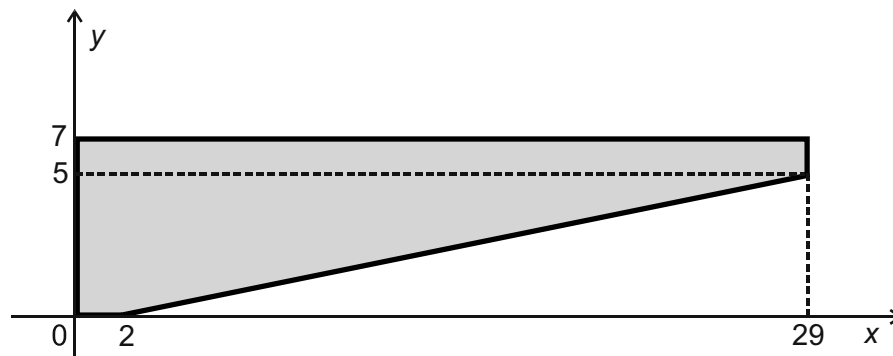
**25** Výroky  $A$ ,  $B$  sú pravdivé, výrok  $C$  je nepravdivý. Koľko z nasledujúcich piatich výrokov je pravdivých:  $(A \wedge B') \Rightarrow C$ ,  $(B \wedge C') \Rightarrow A$ ,  $(C \wedge A') \Rightarrow B$ ,  $(A \wedge B) \Rightarrow C'$ ,  $(A \wedge C) \Rightarrow B'$ ?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

**26** Riešením nerovnice  $(x - 2)^2 \leq x - 2$  v množine  $\mathbb{R}$  je interval

- (A)  $\langle 2; \infty \rangle$ .      (B)  $\langle 2; 3 \rangle$ .      (C)  $\langle 2; 4 \rangle$ .      (D)  $(-\infty; 2)$ .      (E)  $(-\infty; 3)$ .

- 27** Vierina váza zo skla sa dá opísať ako rotačné teleso, ktoré vzniklo rotáciou vyfarbeného päťuholníka okolo osi  $x$ . Vypočítajte objem skla Vierinej vázy.



- (A)  $1421 \pi$     (B)  $1196 \pi$     (C)  $2165 \pi$     (D)  $746 \pi$     (E)  $675 \pi$

- 28** Peter a Dušan hrali nasledujúcu hru. Vybrali náhodne 3 loptičky z vrecúška, v ktorom bolo 6 modrých a 4 zelené loptičky. Peter vyhral vtedy, ak sa vytiahlo viac modrých, Dušan vtedy, keď sa vytiahlo viac zelených. Koľkokrát väčšiu pravdepodobnosť výhry mal Peter ako Dušan?

- (A)  $\frac{1}{2}$  krát    (B)  $\frac{3}{2}$  krát    (C)  $\frac{5}{3}$  krát    (D)  $\frac{2}{3}$  krát    (E) 2 krát

- 29** Prepona pravouhlého trojuholníka má dĺžku 17 cm. Jedna jeho odvesna je o 7 cm kratšia ako druhá odvesna. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto pravouhlého trojuholníka.

- (A) 50    (B) 46    (C) 42    (D) 40    (E) 36

- 30** Daná je priamka  $p: y = c$  a kružnica  $k: x^2 + y^2 - 4 = 0$ . Určte všetky hodnoty parametra  $c \in \mathbb{R}$ , pre ktoré nemá priamka  $p$  a kružnica  $k$  spoločný bod.

- (A)  $c \in (2; \infty)$     (B)  $c \in (-\infty; 2)$   
 (C)  $c \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$     (D)  $c \in (-2; 2)$   
 (E)  $c \in \{-2; 2\}$

**KONIEC TESTU**

## Prehľad vzorcov

### Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

### Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

| x     | 0° | 30°                  | 45°                  | 60°                  | 90° |
|-------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|
| sin x | 0  | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1   |
| cos x | 1  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0   |

### Trigonometria:

Sínusová veta:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

### Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

### Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

### Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

### Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n + k - 1}{k}$$

### Geometrický priemer: $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$

### Harmonický priemer: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

### Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky:  $X = A + t\vec{u}, \quad t \in \mathbb{R}$

Všeobecná rovnica priamky:  $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov:  $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny:  $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice:  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

### Objemy a povrchy telies:

|        | kváder            | valec           | ihlan               | kužeľ                   | guľa                  |
|--------|-------------------|-----------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| objem  | $abc$             | $\pi r^2 v$     | $\frac{1}{3} S_p v$ | $\frac{1}{3} \pi r^2 v$ | $\frac{4}{3} \pi r^3$ |
| povrch | $2(ab + ac + bc)$ | $2\pi r(r + v)$ | $S_p + S_{pl}$      | $\pi r^2 + \pi r s$     | $4\pi r^2$            |