



**MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY**

STROMOVÁ 1, 813 30 BRATISLAVA

**MATURITA 2007**

**EXTERNÁ ČASŤ**

**M A T E M A T I K A**

úroveň B

kód testu: 4036

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!  
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

**Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!**

## Časť I

Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

- Výsledok zapisujte do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude na dve alebo tri desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujte** do odpovedového hárka.
- Ak je Váš výsledok celé číslo, **nevypíňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad

výsledok  $-33,1$       zapíšete -,

výsledok  $5 \text{ cm}$       zapíšete

výsledok  $427,19^\circ$       zapíšete

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne odpovedať údajom zo zadania úlohy.

**01** Jednou z podmienok klasifikácie z dejepisu známkou 2 je dosiahnuť z piatich testov priemer aspoň 73 bodov. Najmenej koľko bodov musí získať Zuzka v piatom teste, aby splnila túto podmienku, ak v prvých štyroch testoch získala 61, 77, 64 a 82 bodov?

**02** Z miesta  $A$  do miesta  $C$  sa možno dostať len turistickými chodníkmi, prechádzajúcimi cez  $B$ . Z miesta  $A$  do  $B$  vedú 4 turistické chodníky, z  $B$  do  $C$  2 turistické chodníky. Existuje pritom jediná najkratšia cesta z  $A$  do  $C$ . Určte pravdepodobnosť, číslo z intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , že si turista náhodne zvolí práve najkratšiu cestu.

**03** Ako treba zvoliť reálne číslo  $a$ , aby priamky s rovnicami  $p: ax + 3y - 1 = 0$ ,  
 $q: x + 2y - 4 = 0$  nemali žiadny spoločný bod?

**04** Rovnica  $2\sqrt{x} = x - 3$  má v množine  $R$  práve jeden koreň. Nájdite ho.

**05** Všetky kladné nepárne čísla sme zoradili do rastúcej postupnosti 1, 3, 5, 7, ... . Ktoré číslo bude v tejto postupnosti na 250-tom mieste?

**06** Ktorý uhol  $\alpha \in \langle 0^\circ; 90^\circ \rangle$  má rovnaký sínus ako uhol  $754^\circ$ ?

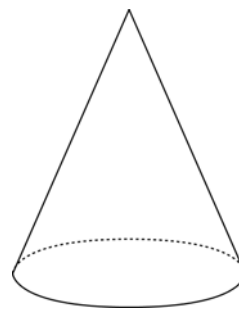
**07** Nájdite hodnotu  $a \in \mathbb{R}$  tak, aby priamka s rovnicou  $x = a$  bola osou súmernosti grafu kvadratickej funkcie  $f : y = x^2 + 6x + 11$ .

**08** Rovnica  $\log(x + 18) - \log x = 1$  má v množine  $\mathbb{R}$  práve jeden koreň. Nájdite ho.

**09** Existuje iba jedno reálne číslo, ktoré nepatrí do oboru hodnôt funkcie  $f : y = \frac{4x + 3}{2x - 5}$ .  
Nájdite ho.

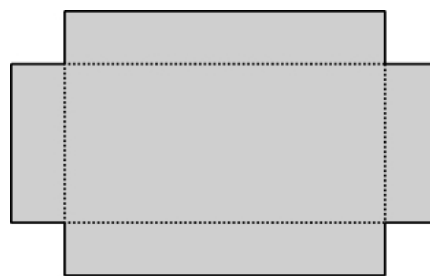
**10** Funkcia  $f$  je lineárna a platí  $f(0) = 2$ ,  $f(3) = -1$ . Vypočítajte  $f(10)$ .

**11** Dĺžka bočnej strany rotačného kužeľa je 25 cm, polomer jeho podstavy je 7 cm.  
Určte jeho objem (v  $\text{cm}^3$ ). Rátajte s hodnotou  $\pi \cong \frac{22}{7}$ .



**12** Priamka určená rovnicou  $p : 4x + 3y - 24 = 0$  vytína z prvého kvadrantu súradnicovej sústavy pravouhlý trojuholník. Vypočítajte veľkosť najmenšieho vnútorného uhla tohto trojuholníka. Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.

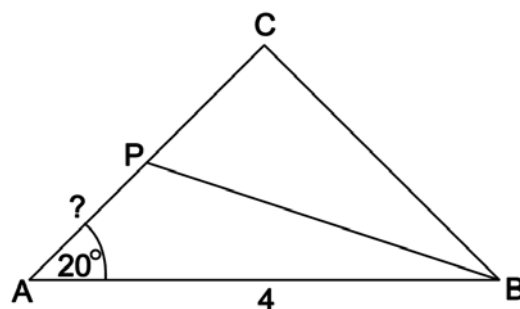
**13** Z obdĺžnikového kartónu s rozmermi  $d$  cm x 20 cm sme urobili škatuľu s objemom  $1\,000 \text{ cm}^3$  tak, že z každého jeho rohu sme vystrihli štvorec so stranou 5 cm a zvyšné okraje sme zahli.  
Vypočítajte číslo  $d$ .



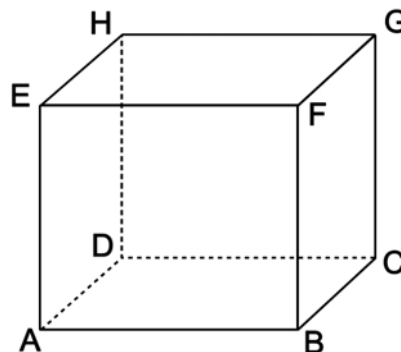
**14** Vypočítajte obsah pravidelného 15-uholníka vpísaného do kružnice s polomerom  $r = 4$ .  
Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



- 15** V rovnoramennom trojuholníku  $ABC$  so základňou  $AB$  platí  $|\angle BAC| = 20^\circ$ ,  $|AB| = 4$ .  
Os vnútorného uhla pri vrchole  $B$  pretína stranu  $AC$  v bode  $P$ .  
Vypočítajte dĺžku úsečky  $AP$ .  
Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

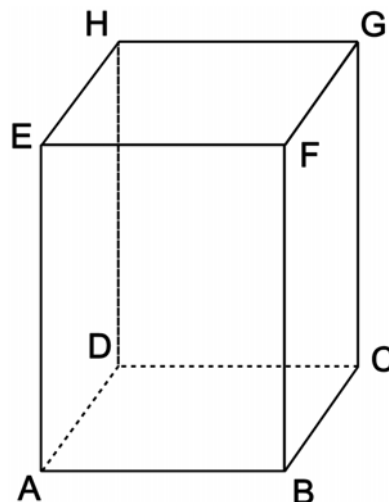


- 16** Stred  $S$  kocky  $ABCDEFGH$  (čiže priesečník úsečiek  $AG$  a  $BH$ ) má súradnice  $S[2; 5; -1]$ , vrchol  $A$  má súradnice  $A[1; 3; 5]$ .  
Vypočítajte tretiu súradnicu bodu  $G$ .



- 17** Nájdite prirodzené číslo, ktoré je deliteľné deviatimi a jeho zaokrúhlením na desiatky dostaneme číslo 44 444 444 440 055 780. Do odpovedového hárka zapíšte posledné dvojčísle nájdeného čísla.

- 18** Kváder  $ABCDEFGH$  má rozmery  $|AB| = 3$ ,  $|AE| = 4$ ,  $|AD| = 6$ .  
Vypočítajte vzdialenosť bodu  $E$  od roviny  $ADF$ .



- 19** Ôsmich úspešných riešiteľov geografickej olympiády máme rozdeliť do dvoch 4-členných družstiev. Prvé družstvo sa zúčastní ďalšieho kola súťaže v Prahe, druhé bude v tom istom čase súťažiť vo Viedni. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme týchto ôsmich riešiteľov rozdeliť?

- 20** Definičný obor funkcie  $f: y = \sqrt{\frac{1-x}{x+7}}$  je interval  $(a; b)$ . Nájdite tento interval a do odpovedového hárka napíšte hodnotu  $a + b$ .

## Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

**21** Koľko koreňov má v množine celých čísel sústava nerovnic  $x > -4$  ?  
 $14 - 2x \geq 0$

- (A) 12      (B) 11      (C) 10      (D) 8      (E) 4

**22** Existuje pre každý trojuholník  $ABC$  bod, ktorý má rovnakú vzdialenosť od všetkých troch jeho vrcholov  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ?

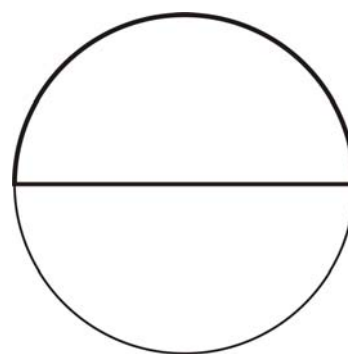
- (A) Nie, taký bod nemusí existovať.  
(B) Áno, je to priesečník výšok trojuholníka  $ABC$ .  
(C) Áno, je to priesečník ťažníc trojuholníka  $ABC$ .  
(D) Áno, je to priesečník osí uhlov trojuholníka  $ABC$ .  
(E) Áno, je to priesečník osí strán trojuholníka  $ABC$ .

**23** Ak  $M$  je množina všetkých tých hodnôt  $m \in R$ , pre ktoré je exponenciálna funkcia

$$f : y = \left(\frac{m+2}{5}\right)^x \text{ rastúca, tak}$$

- (A)  $M = (-\infty; -2)$ .      (B)  $M = (-2; \infty)$ .  
(C)  $M = (3; \infty)$ .      (D)  $M = (-\infty; 3)$ .  
(E)  $M = (0; 3)$ .

**24** Obvod polkruhu je 20 cm. Potom polomer tohto polkruhu je (s presnosťou na dve desatinné miesta)



- (A) 2,52 cm.      (B) 3,18 cm.      (C) 3,57 cm.      (D) 3,89 cm.      (E) 6,37 cm.

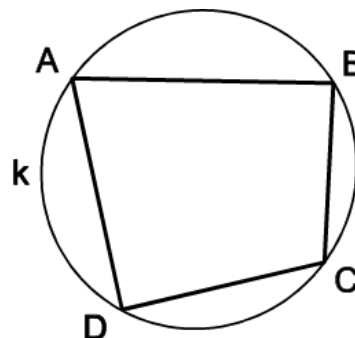
**25** Obsah podstavy valca je rovnaký ako obsah jeho plášťa. Aký je pomer výšky tohto valca a priemeru jeho podstavy?

- (A) 2 : 3      (B) 1 : 2      (C) 1 : 3      (D) 1 : 4      (E) 3 : 4

**26** V aritmetickej postupnosti  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  platí  $a_1 + a_3 = 2$ ,  $a_2 + a_4 = 10$ . Desiaty člen tejto postupnosti,  $a_{10}$ , je číslo:

- (A) 29                      (B) 31                      (C) 33                      (D) 35                      (E) 37

**27** Konvexný štvoruholník  $ABCD$  je vpísaný do kružnice  $k$  s polomerom 5 cm tak, že uhlopriečka  $AC$  je priemer tejto kružnice,  $|AB| = 8$  cm,  $|AD| = 7$  cm.



Akú dĺžku (s presnosťou na jedno desatinné miesto) má najkratšia strana tohto štvoruholníka?

- (A) 6,2 cm                      (B) 6 cm                      (C) 5,9 cm                      (D) 5 cm                      (E) 4,9 cm

**28** V matematickej súťaži riešili jej účastníci dve úlohy. Každý vyriešil aspoň jednu úlohu, pritom prvú úlohu vyriešilo 80 % účastníkov, druhú úlohu 50 %. Obidve úlohy vyriešilo 60 účastníkov. Koľko účastníkov mala súťaž?

- (A) 200                      (B) 300                      (C) 360                      (D) 250                      (E) 100

**29** Nech výroky  $A$ ,  $B$  sú pravdivé a výrok  $C$  je nepravdivý. Ktorý z nasledujúcich zložených výrokov je pravdivý?

- (A)  $(B \wedge C) \Rightarrow A$     (B)  $(A \vee B) \Rightarrow C$   
 (C)  $(A \wedge B) \Rightarrow C$     (D)  $A \Rightarrow (B \wedge C)$   
 (E)  $A \Rightarrow C$

**30** V nasledujúcej tabuľke sú ceny 4 potravinárskych výrobkov v rôznych predajniach.

predajňa	bravčové karé (1 kg)	kryštálový cukor (1 kg)	olej Raciol (1 liter)	zemiaky skoré (1 kg)
Tuscon	123,90	25,90	42,90	9,90
Termos	134,90	29,90	42,90	10,90
Hyperstar	123,90	29,90	42,90	9,90
Bullock	174,90	28,90	42,90	7,90
Kaufhaus	123,90	31,90	39,90	9,90

Janko má kúpiť 1,5 kg bravčového karé, 1 liter oleja Raciol a 5 kg skorých zemiakov. V ktorej z uvedených predajni bude tento nákup najlacnejší?

- (A) Tuscon                      (B) Termos                      (C) Hyperstar                      (D) Bullock                      (E) Kaufhaus

**KONIEC TESTU**

## Prehľad vzorcov

### Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

### Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

### Trigonometria:

Sínusová veta:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

### Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

### Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

### Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

### Kombinatorika:

$$P(n) = n! \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Geometrický priemer:  $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$

Harmonický priemer:  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

### Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky:  $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky:  $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov:  $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny:  $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice:  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

### Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	$abc$	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$