



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY

STROMOVÁ 1, 813 30 BRATISLAVA

MATURITA 2006
EXTERNÁ ČASŤ

M A T E M A T I K A

úroveň B
kód testu: 2057

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

Vyriešte úlohy 01 – 20 a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

- Výsledok zapisujte do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte *buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude na dve alebo tri desatinné miesta)*.
- Znamienko – (minus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapíšte** do odpovedového hárka.
- Ak je Váš výsledok celé číslo, **nevypíňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad

výsledok $-33,1$ zapíšete - ,

výsledok 5 cm zapíšete 5 ,

výsledok $427,19^\circ$ zapíšete 4 2 7 , 9

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne odpovedať údajom zo zadania úlohy.

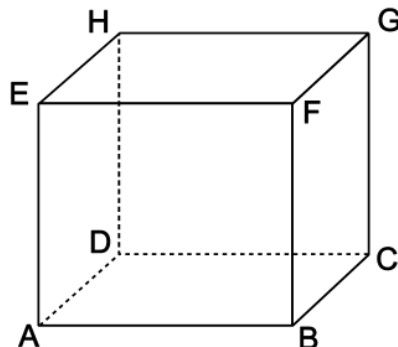
01 Určte najmenšie reálne číslo x , ktoré vyhovuje nerovnici $\frac{4x-3}{5} \leq \frac{3x-4}{2}$.

02 Povrch gule je 64π (cm^2). Vypočítajte (v centimetroch) jej polomer.

03 Podiel štvrtého a prvého člena istej geometrickej postupnosti sa rovná 27. Určte kvocient tejto postupnosti.

04 Nájdite najmenší spoločný násobok čísel 111 a 42.

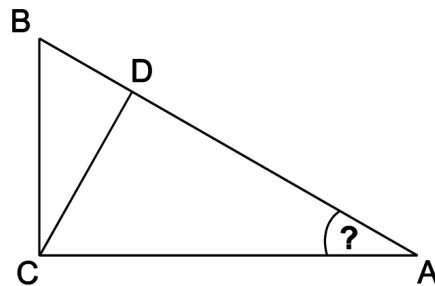
05 V kocke $ABCDEFGH$ poznáme súradnice bodov $A[4; 0; 0]$, $C[0; 4; 0]$ a $H[0; 0; 4]$.
Bod $S[a; b; c]$ je stred hrany CG .
Určte tretiu súradnicu bodu S .



- 06** V pravouhlom trojuholníku ABC s odvesnou $|AC|=13$ má výška na preponu dĺžku $|CD|=5$.

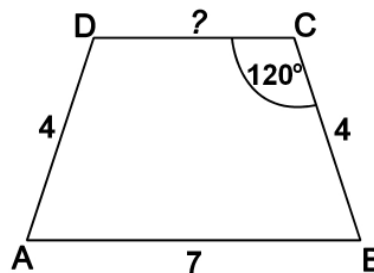
Vypočítajte veľkosť uhla CAB .

Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.



- 07** Priamka, ktorá je grafom lineárnej funkcie f má smernicu $k=2$ a pretína os y v bode $[0; 3]$. Akú hodnotu má táto funkcia pre $x=-5$?

- 08** V rovnoramennom lichobežníku $ABCD$ poznáme $|AB|=7, |BC|=|AD|=4, \angle BCD=120^\circ$. Vypočítajte $|DC|$.



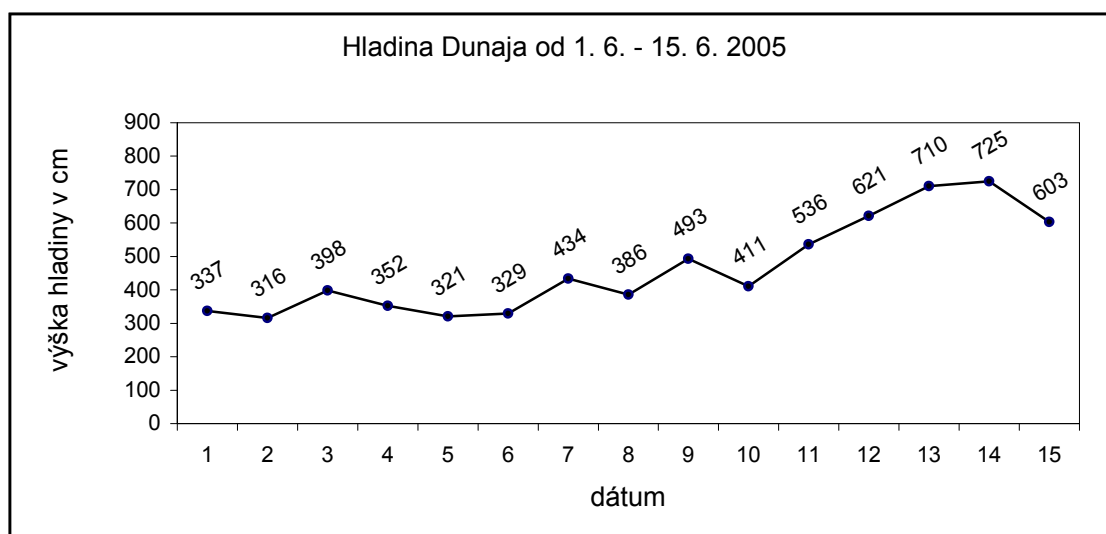
- 09** Nájdite najmenšie celé číslo, ktoré je z množiny $(A-B) \cap C$, kde A, B, C sú intervaly $A = \langle 2; 6 \rangle, B = \langle 1; 4 \rangle, C = \langle 3; 5 \rangle$.

Poznámka: Symbol $A-B$ označuje rozdiel množín A a B .

- 10** Nájdite také reálne číslo a , pre ktoré bude mať sústava
$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x + ay = 9 \end{cases}$$
 dvoch rovníc s neznámymi x, y nekonečne veľa riešení.

- 11** Určte x -ovú súradnicu bodu, v ktorom graf funkcie $y = 2 \log_{10}(3x+1) - 4$ pretína x -ovú os.

- 12** Výška hladiny Dunaja v Bratislave sa pravidelne meria každý deň o 6. hodine ráno. Graf nameraných hodnôt za prvú polovicu mesiaca jún 2005 vám predkladáme. Z uvedeného grafu určte najväčšiu zmenu (v centimetroch) za 24 hodín.



- 13** Čísla 3, 5, 7, 8, 10, 11, 13, m sú zapísané vzostupne. Určte číslo m , ak viete, že medián

uvedených ôsmich čísel sa rovná ich aritmetickému priemeru.

- 14** Vnútročné uhly trojuholníka majú veľkosti 30° , 45° , 105° , jeho najdlhšia strana meria 10 cm. Vypočítajte dĺžku najkratšej strany. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

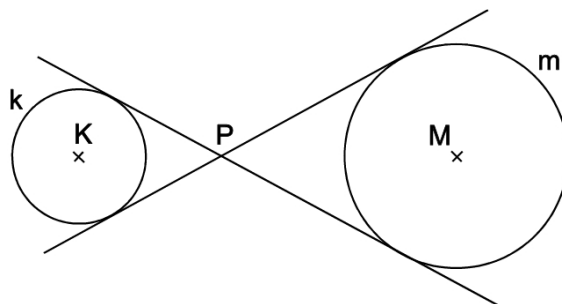
- 15** V aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^\infty$ sa $a_1 = 230$, $a_4 = 215$. Pre ktoré n sa $a_n = 0$?

- 16** V 4.C je dnes 30 žiakov, jedným z nich je Cyril Nový. Z matematiky majú byť dnes náhodne vyvolaní 3 žiaci. Aká je pravdepodobnosť, že jedným z nich bude Cyril Nový, ak na poradí, v akom sú žiaci vyvolávaní, nezáleží?

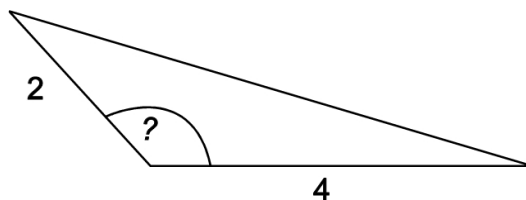
- 17** Dané sú kružnice $k(K; 3 \text{ cm})$ a $m(M; 8 \text{ cm})$, pričom $|KM| = 22 \text{ cm}$.

Spoločné vnútorné dotyčnice týchto kružníc sa pretínajú v bode P .

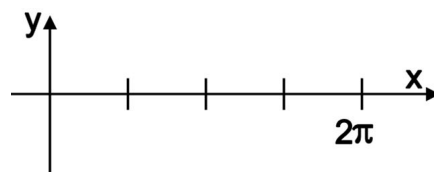
Vypočítajte v centimetroch vzdialenosť $|KP|$.



- 18** Tupouhlý trojuholník má obsah 2 cm^2 a strany určujúce tupý uhol sú dlhé 2 cm a 4 cm. Určte veľkosť tohto tupého uhla v stupňoch.



- 19** Ak v jednom obrázku načrtneme grafy funkcií $y = \sin x$ a $y = \cos x$, tak vidíme, že množina $M = \{x \in \langle 0; 2\pi \rangle; \sin x > \cos x\}$ je otvorený interval $(a\pi; b\pi)$. Nájdite číslo b .

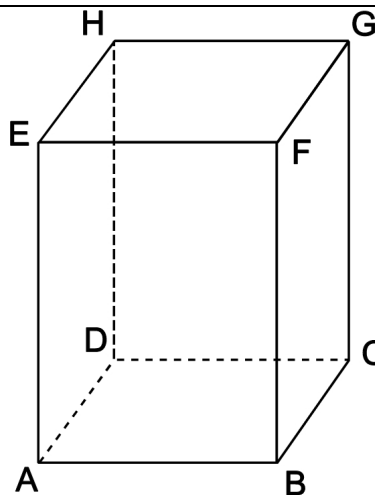


- 20** Daný je kváder $ABCDEFGH$, v ktorom

$$|AB| = 3, |AD| = 4, |AE| = 12.$$

Vypočítajte uhol, ktorý zvierajú telesové uhlopriečky AG a BH .

Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.



Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne odpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Priamka, ktorá prechádza bodom $[0; 0]$ a je kolmá na priamku $2x + 3y = 5$, má rovnicu

(A) $5x - 2y = 0$.

(B) $3x + 2y = 0$.

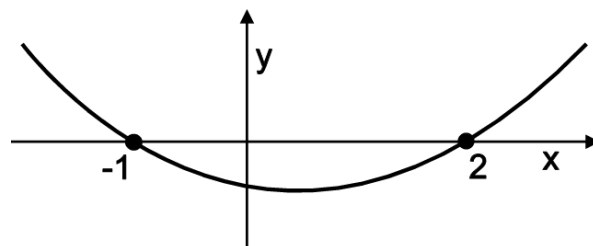
(C) $3x - 5y = 0$.

(D) $3x - 2y = 0$.

(E) $2x + 3y = 0$.

22 Na obrázku je časť grafu kvadratickej funkcie $y = x^2 + bx + c$.

Akú hodnotu má v predpise tejto funkcie koeficient b ?



(A) -6

(B) -2

(C) -1

(D) 1

(E) 3

23 Aká je pravdepodobnosť, že v trojcifernom čísle vytvorenom z číslíc 2, 4, 6, 8 sa číslice neopakujú?

(A) $6,25\%$.

(B) $37,5\%$.

(C) 50% .

(D) $62,5\%$.

(E) $93,75\%$.

24 Rozhodnite, ktorý z nasledujúcich výrokov je negácia výroku: „Každé párne číslo je deliteľné štyrmi.“

(A) Neexistuje párne číslo, ktoré je deliteľné štyrmi.

(B) Existuje nepárne číslo, ktoré nie je deliteľné štyrmi.

(C) Existuje nepárne číslo, ktoré je deliteľné štyrmi.

(D) Existuje párne číslo, ktoré nie je deliteľné štyrmi.

(E) Každé nepárne číslo je deliteľné štyrmi.

25 Ako treba zvoliť reálne číslo c , aby rovnici $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$ vyhovovali súradnice práve jedného bodu $[x; y]$?

(A) $c = 5$

(B) $c = 1$

(C) $c = 0$

(D) $c = -1$

(E) $c = -5$

26 Ktoré z nasledujúcich tvrdení o extrémoch funkcie $f : y = \frac{2x - 6}{x - 1}$ definovanej na

intervale $\langle 2; 3 \rangle$ je pravdivé?

Pomôcka: Načrtnite si graf funkcie f .

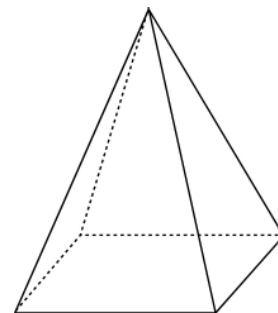
(A) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda maximum, ale nenadobúda minimum.

- (B) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda minimum, ale nenadobúda maximum.
- (C) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nenadobúda ani maximum ani minimum.
- (D) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda maximum pre $x = 2$ a minimum pre $x = 3$.
- (E) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda minimum pre $x = 2$ a maximum pre $x = 3$.

- 27** Podľa sčítania obyvateľstva žilo k 1. decembru 1970 na Slovensku 4 537 290 obyvateľov, k 1. decembru 1980 to bolo 4 991 168 obyvateľov. Predpokladajme, že za uvedené obdobie bol ročný percentuálny prírastok obyvateľstva p konštantný. Aká je (s presnosťou na tri desatinné miesta) hodnota p ?
- (A) 0,909 % (B) 0,958 % (C) 0,993 % (D) 1,000 % (E) 1,001 %

- 28** Ktorá z nasledujúcich množín je definičným oborom funkcie $y = \log(9 - 8x - x^2)$?
- (A) $(-\infty; -9) \cup (1; \infty)$ (B) $(0; 9)$
- (C) $(0; 1)$ (D) $(-1; 9)$
- (E) $(-9; 1)$

- 29** Bočná hrana pravidelného štvorbokého ihlana má dĺžku 4 cm, jej odchýlka od roviny podstavy je 45° . Tento ihlan má objem $V =$



- (A) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm³. (B) $\frac{16}{3}$ cm³. (C) $\frac{\sqrt{8}}{3}$ cm³. (D) $\sqrt{8}$ cm³. (E) $16\sqrt{8}$ cm³.

- 30** V množine R riešte rovnicu $\sqrt{2y - 5} = 10 - y$. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o počte jej koreňov je pravdivé?
- (A) Daná rovnica nemá korene.
- (B) Daná rovnica má 1 koreň a ten je záporný.

- (C) Daná rovnica má 1 koreň a ten je kladný.
- (D) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú opačné znamienka.
- (E) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú rovnaké znamienka.

KONIEC TESTU

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

| x | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|-------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|
| sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos x | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Geometrický priemer: $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n}$

Harmonický priemer: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}$, $t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0$; $[a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0$; $[a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

| | kváder | valec | ihlan | kužeľ | guľa |
|--------|-------------------|-----------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| objem | abc | $\pi r^2 v$ | $\frac{1}{3} S_p v$ | $\frac{1}{3} \pi r^2 v$ | $\frac{4}{3} \pi r^3$ |
| povrch | $2(ab + ac + bc)$ | $2\pi r(r + v)$ | $S_p + S_{pl}$ | $\pi r^2 + \pi r s$ | $4\pi r^2$ |