



**MATURITA 2006**  
**EXTERNÁ ČASŤ**

**M A T E M A T I K A**

úroveň A  
kód testu: 2014

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!**  
**PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme vám veľa úspechov!

**Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!**

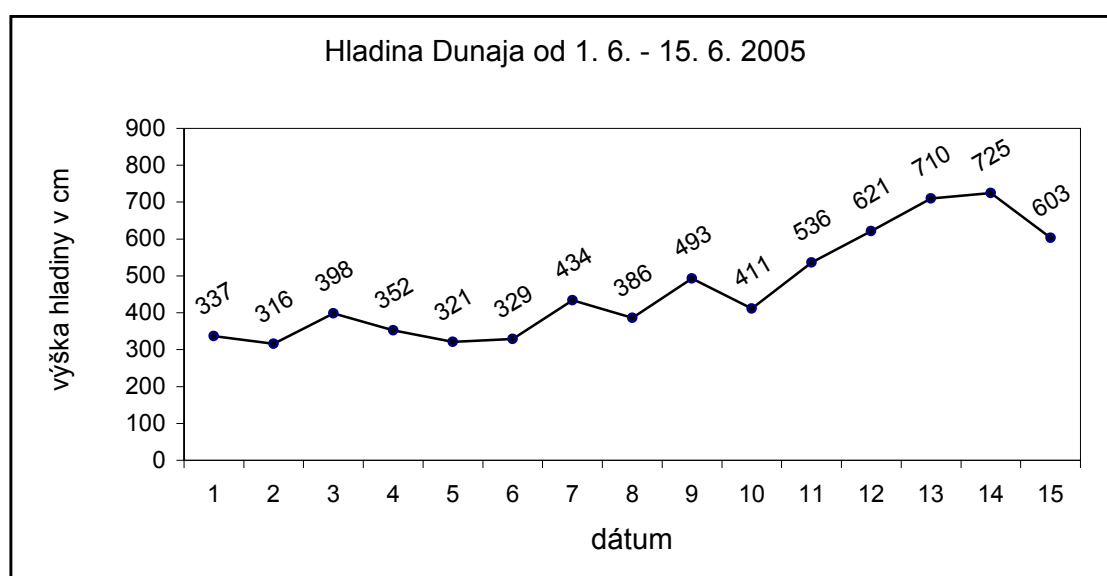


**04** Rovnica  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{x+1}{x-1}$  má práve jeden reálny koreň. Určte ho.

**05** Nájdite najmenšie celé číslo, ktoré je z množiny  $(A - B) \cap C$ , kde  $A, B, C$  sú intervaly  $A = \langle 2; 6 \rangle, B = \langle 1; 4 \rangle, C = \langle 3; 5 \rangle$ .

*Poznámka: Symbol  $A - B$  označuje rozdiel množín  $A$  a  $B$ .*

**06** Výška hladiny Dunaja v Bratislave sa pravidelne meria každý deň o 6. hodine ráno. Graf nameraných hodnôt za prvú polovicu mesiaca jún 2005 vám predkladáme. Z uvedeného grafu určte najväčšiu zmenu (v centimetroch) za 24 hodín.



**07** V trojuholníku  $ABC$  je bod  $S[2; 3; 9]$  stred strany  $BC$ , bod  $T[-4; 7; 1]$  je ťažisko trojuholníka. Nájdite prvú súradnicu vrchola  $A[a; b; c]$ .

**08** Daný je štatistický súbor 2, 7, 8, 5, 6, 4, 2, 5,  $x, y$ . Vypočítajte aritmetický priemer tohto súboru, ak viete, že jeho modus je 4.

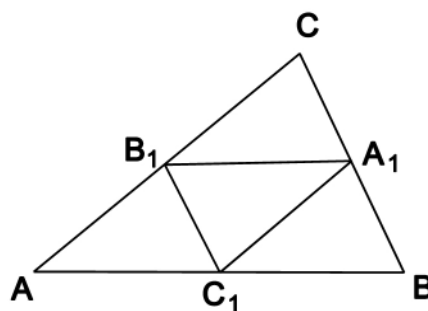
**09** Polomer podstavy rotačného valca je 5 cm, jeho výška je 24 cm. Vypočítajte (v centimetroch) polomer gule opísanej tomuto valcu.

**10** Nájdite také reálne číslo  $k$ , pre ktoré sústava 
$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \\x - y + kz &= 2 \\2x - 2y - 2z &= 1\end{aligned}$$
 troch rovníc s neznámymi  $x, y, z$  nemá riešenie.

- 11** Daný je trojuholník  $ABC$ . Jeho stredné pričky sú úsečky  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$  a  $A_1C_1$ .

Obrazom trojuholníka  $ABC$  v istej rovnoľahlosti je trojuholník  $A_1B_1C_1$ .

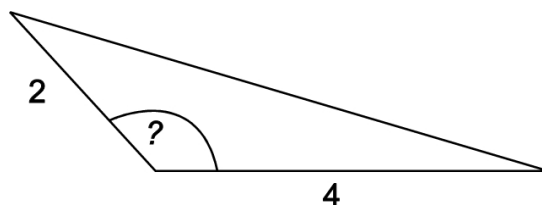
Určte koeficient tejto rovnoľahlosti.



- 12** Vnútorné uhly trojuholníka majú veľkosti  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $105^\circ$ , jeho najdlhšia strana meria 10 cm. Vypočítajte dĺžku najkratšej strany. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

- 13** Tupouhlý trojuholník má obsah  $2 \text{ cm}^2$  a strany určujúce tupý uhol sú dlhé 2 cm a 4 cm.

Určte veľkosť tohto tupého uhla v stupňoch.



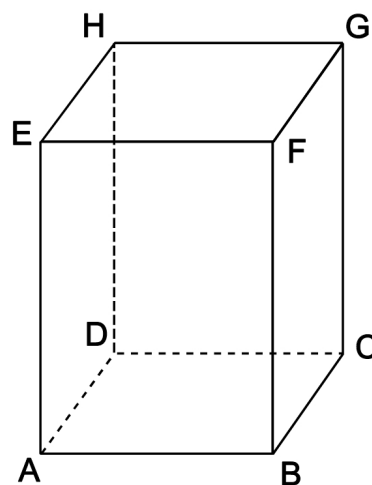
- 14** Rovnica  $(\sin x + \cos x)^2 = 1,5$  má v intervale  $(0^\circ; 90^\circ)$  dva korene. Určte (v stupňoch) väčší z nich.

- 15** Na priamkach určených rovnicami  $3x - 5y + 15 = 0$  a  $3x - 5y + 6 = 0$  leží dvojica rovnobežných strán štvorca. Určte s presnosťou na dve desatinné miesta obsah tohto štvorca.

- 16** Daný je kváder  $ABCDEFGH$ , v ktorom  $|AB| = 3$ ,  $|AD| = 4$ ,  $|AE| = 12$ .

Vypočítajte uhol, ktorý zvierajú telesové uhlopriečky  $AG$  a  $BH$ .

Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.



**17** Definičným oborom funkcie  $f : y = \sqrt{\ln \frac{x}{4-x}}$  je interval  $\langle a; b \rangle$ . Nájdite tento interval a do odpovedového hárka napíšte podiel  $\frac{a}{b}$ .

**18** Vypočítajte súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré sú deliteľné číslom 47.

**19** Vypočítajte  $\log_x y$ , ak viete, že  $y^5 = \sqrt{x^3}$  a  $x, y$  sú kladné čísla, nerovnajúce sa 1.

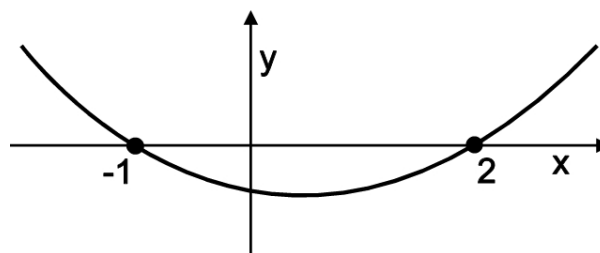
**20** Sú dané otvorené intervaly  $A = (x - 2; 2x - 1)$ ,  $B = (3x - 4; 4)$ . Nájdite najväčšie reálne číslo  $x$ , pre ktoré platí  $A \subset B$ .

## Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne odpovedať údajom zo zadania úlohy.

**21** Na obrázku je časť grafu kvadratickej funkcie  $y = x^2 + bx + c$ .

Akú hodnotu má v predpise tejto funkcie koeficient  $b$ ?



- (A) 1                      (B) 3                      (C) -6                      (D) -2                      (E) -1

**22** Do rotačného valca s polomerom podstavy 9 cm a výškou 12 cm je vpísaný rotačný kužeľ tak, že majú spoločnú podstavu. Vypočítajte obsah plášt'a  $S_{pl}$  tohto kužeľa s presnosťou na dve desatinné miesta.  $S_{pl} =$

- (A) 282,74 cm<sup>2</sup>.                      (B) 339,29 cm<sup>2</sup>.  
(C) 424,12 cm<sup>2</sup>.                      (D) 565,49 cm<sup>2</sup>.  
(E) 678,58 cm<sup>2</sup>.

**23** Akú pravdivostnú hodnotu majú výroky  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ak viete, že implikácia  $C \Rightarrow A$  je nepravdivá a implikácia  $C \Rightarrow B$  pravdivá?

- (A)  $A$  je pravdivý,  $B$  a  $C$  sú nepravdivé.                      (B)  $B$  je pravdivý,  $A$  a  $C$  sú nepravdivé.  
(C)  $C$  je pravdivý,  $A$  a  $B$  sú nepravdivé.                      (D)  $A$  je nepravdivý,  $B$  a  $C$  sú pravdivé.  
(E)  $B$  je nepravdivý,  $A$  a  $C$  sú pravdivé.

**24** Podľa sčítania obyvateľstva žilo k 1. decembru 1970 na Slovensku 4 537 290 obyvateľov, k 1. decembru 1980 to bolo 4 991 168 obyvateľov. Predpokladajme, že za uvedené obdobie bol ročný percentuálny prírastok obyvateľstva  $p$  konštantný. Aká je (s presnosťou na tri desatinné miesta) hodnota  $p$ ?

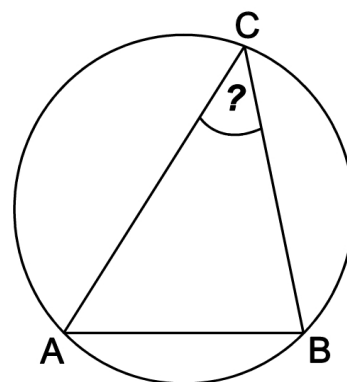
- (A) 0,909 %                      (B) 0,958 %                      (C) 0,993 %                      (D) 1,000 %                      (E) 1,001 %

- 25** Ktoré z nasledujúcich tvrdení o extrémoch funkcie  $f : y = \frac{2x - 6}{x - 1}$  definovanej na intervale  $\langle 2; 3 \rangle$  je pravdivé?

*Pomôcka: Načrtnite si graf funkcie  $f$ .*

- (A) Funkcia  $f$  na  $\langle 2; 3 \rangle$  nadobúda minimum pre  $x = 2$  a maximum pre  $x = 3$ .  
(B) Funkcia  $f$  na  $\langle 2; 3 \rangle$  nadobúda maximum pre  $x = 2$  a minimum pre  $x = 3$ .  
(C) Funkcia  $f$  na  $\langle 2; 3 \rangle$  nadobúda maximum, ale nenadobúda minimum.  
(D) Funkcia  $f$  na  $\langle 2; 3 \rangle$  nadobúda minimum, ale nenadobúda maximum.  
(E) Funkcia  $f$  na  $\langle 2; 3 \rangle$  nenadobúda ani maximum ani minimum.

- 26** Ostrohý trojuholník  $ABC$  so stranou  $|AB| = 6$  je vpísaný do kružnice s polomerom  $r = 5$ . Akú veľkosť (s presnosťou na dve desatinné miesta) má uhol pri vrchole  $C$ ?



- (A)  $33,56^\circ$       (B)  $36,87^\circ$       (C)  $38,66^\circ$       (D)  $51,34^\circ$       (E)  $53,13^\circ$

- 27** V množine  $R$  riešte rovnicu  $\sqrt{2y - 5} = 10 - y$ . Ktoré z nasledujúcich tvrdení o počte jej koreňov je pravdivé?

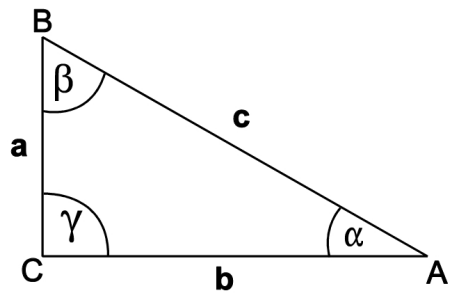
- (A) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú rovnaké znamienka.  
(B) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú opačné znamienka.  
(C) Daná rovnica má 1 koreň a ten je záporný.  
(D) Daná rovnica má 1 koreň a ten je kladný.  
(E) Daná rovnica nemá korene.

- 28** Funkcia  $f$  rastie na intervale  $(-\infty; 3)$  a klesá na intervale  $\langle 3; \infty)$ , jej graf pretína os  $x$  v bodoch  $[1; 0]$  a  $[4; 0]$ . Na ktorých intervaloch funkcia  $y = |f(x)|$  klesá?

- (A)  $(-\infty; 1)$  a  $\langle 3; 4)$       (B)  $\langle 3; \infty)$   
(C)  $\langle 1; 3)$  a  $\langle 4; \infty)$       (D)  $(-\infty; 1)$  a  $\langle 4; \infty)$   
(E)  $\langle 1; 4)$

**29** Veľkosti uhlov v pravouhlom trojuholníku sú v pomere  $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$ .

Pri zvyčajnom označení strán trojuholníka je číslo  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  pomerom



- (A)  $b : c$ .      (B)  $c : b$ .      (C)  $a : c$ .      (D)  $b : a$ .      (E)  $a : b$ .

**30** Daný je štvorec  $ABCD$  so stranou 8 cm. Náhodne zvolíme vnútorný bod  $X$  tohto štvorca. Aká je pravdepodobnosť (s presnosťou na dve desatinné miesta), že bod  $X$  bude od vrcholu  $A$  vzdialený aspoň 6 cm?

- (A) 0,25      (B) 0,44      (C) 0,56      (D) 0,61      (E) 0,75

**KONIEC TESTU**



Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n + k - 1}{k}$$

Geometrický priemer:  $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n}$

Harmonický priemer:  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky:  $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky:  $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov:  $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny:  $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice:  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	$abc$	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$